

Control de seguimiento de robots manipuladores, un estudio comparativo

M. en C. Josué R. MARTÍNEZ
Coordinación de Ingeniería Mecatrónica, Universidad Politécnica de Pachuca
Zempoala, Hidalgo CP. 43830, México

Dr. Gerardo V. GUERRERO
Departamento de Ingeniería Electrónica, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
Cuernavaca, Morelos CP. 62490, México

Dr. Luis G. VELA
Departamento de Ingeniería Electrónica, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
Cuernavaca, Morelos CP. 62490, México

RESUMEN

Debido a las exigencias de calidad y rapidez en los sistemas de producción se ha generalizado el uso de robots manipuladores en muchas aplicaciones en la industria. Para cubrir dichas exigencias se requiere que el robot manipulador cuente con técnicas de control más avanzadas.

En el siguiente documento, se desarrolla un estudio comparativo sobre la operación que presenta un robot manipulador al ser controlado por un controlador adaptable, un controlador robusto y un controlador PD teniendo como objetivo el control de posición y velocidad. El diseño de los controladores se realiza por medio del método directo de Lyapunov.

Las pruebas se realizan en diferentes situaciones de cambios de carga, cambios en los parámetros del robot, en el seguimiento de diferentes trayectorias. Las gráficas demuestran las características de operación del robot bajo las diferentes acciones de control y se determina en que casos es mejor el uso de una técnica de control determinada.

Palabras Claves: Robot Manipulador, Control Adaptable, Control Robusto, Métodos de Lyapunov, Índices de desempeño.

1. INTRODUCCIÓN

El propósito que presenta un sistema de control de robots es el mantener un movimiento preestablecido del robot a lo largo de una trayectoria deseada, considerando las limitaciones físicas de los dispositivos actuadores.

En este artículo se presenta un estudio comparativo de las técnicas de control PD, robusto y adaptable por medio de simulaciones de la operación de un robot de 3 grados de libertad (gdl), para medir el desempeño se utilizan los índices ISE, ITAE y CE.

En la sección 2 se describe el modelo dinámico de un robot de n gdl. En la sección 3 se presenta el diseño de los controladores. En la sección 4 se presentan las características del robot SCORBOT ER-V+ y las simulaciones de su operación. En la sección 5 se presentan los resultados del desempeño de los controladores. Finalmente, la Sección 6 resume y presenta las conclusiones de este trabajo.

2. MODELO DINÁMICO

Modelo Dinámico

El modelo dinámico de robot manipulador con articulaciones rotatorias de n gdl, sin considerar la fricción en las articulaciones esta determinado por la ecuación:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (1)$$

Donde: $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercias, $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de fuerzas centrífugas y de coriolis, $g(q) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de fuerzas gravitacionales y $\tau \in \mathbb{R}^n$ es el vector de pares de entrada.

La Ec. (1) cuenta con muchas propiedades importantes dentro de las cuales destacan:

Propiedad 1: La matriz de inercias $M(q)$ es simétrica y definida positiva.

Propiedad 2: La matriz de inercias $M(q)$ y la matriz de fuerzas centrífugas y de coriolis cumplen:

$$x^T \left[\frac{1}{2} \dot{M}(q) - C(q, \dot{q}) \right] x = 0.$$

Propiedad 3: La ecuación (1) es una representación no lineal respecto a un vector de estado $q = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]^T$, y se puede expresar en parámetros lineales respecto a los parámetros constantes del robot manipulador:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta$$

3. DISEÑO DE LOS CONTROLADORES DE SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA

Para el control de seguimiento de trayectoria (control de posición y velocidad) como primer paso, se define el error combinado de seguimiento como:

$$s = \dot{q} + \Lambda \tilde{q} \quad (2)$$

Donde $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_n]$, y definiendo a la velocidad de referencia:

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d - \Lambda \tilde{q} \quad (3)$$

Se tiene:

$$s = \dot{q} - \dot{q}_r \quad (4)$$

En [13] se observa que cuando $s \rightarrow 0$ y $t \rightarrow \infty$ se presenta que $\dot{q} \rightarrow 0$ y $\ddot{q} \rightarrow 0$.

Controlador Proporcional-Derivativo

Restando $M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r$ a ambos lados de la Ec. (1):

$$[M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau] \pm [M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r] \quad (5)$$

Agrupando términos y aplicando la propiedad 3:

$$M(q)\dot{s} + C(q, \dot{q})s = \tau - Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\theta \quad (6)$$

Para el análisis de la estabilidad la ecuación candidata a Lyapunov propuesta es:

$$V(s) = s^T M(q)s \quad (7)$$

Derivando, evaluando a lo largo de la trayectoria y reduciendo.

$$\dot{V}(s) = s^T [\tau - Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\theta] \quad (8)$$

Para que la derivada de la ecuación de Lyapunov sea menor que cero, y en consecuencia el sistema sea estable, se propone $-K_s s = \tau - Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\theta$, sustituyendo en la ecuación (8).

$$\dot{V}(s) = -s^T K_s s \quad (9)$$

Con la Ec. (9) se ve que el sistema es asintóticamente estable y el error combinado de seguimiento tiende a cero. La ecuación del controlador es:

$$\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\theta - K_s s \quad (10)$$

Controlador Robusto

Como primer paso, partiendo del controlador proporcional Derivativo (Ec. (10)) y considerando un vector de parámetros nominales θ_0 :

$$\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\theta_0 - K_s s \quad (11)$$

Sumando un término a la Ec. (11) para contrarrestar la incertidumbre en los parámetros:

$$\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\theta_0 - K_s s + \omega \quad (12)$$

Sustituyendo la Ec. (12) en la Ec. (1) para obtener la ecuación de lazo cerrado y restando $M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r$ a ambos lados de la ecuación.

$$\begin{aligned} M(q)\dot{s} + C(q, \dot{q})s &= [M_0(q)\ddot{q}_r + C_0(q, \dot{q})\dot{q}_r + g_0(q)] \\ &\quad - [M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r] - g(q) \\ &\quad - K_s s + \omega \end{aligned} \quad (13)$$

Definiendo:

$$\tilde{M}(q) = M_0(q) - M(q) \quad (14)$$

$$\tilde{C}(q, \dot{q}) = C_0(q, \dot{q}) - C(q, \dot{q}) \quad (15)$$

$$\tilde{g}(q) = g_0(q) - g(q) \quad (16)$$

$$\tilde{\theta} = \theta_0 - \theta \quad (17)$$

Agrupando términos y aplicando la propiedad 3:

$$M(q)\dot{s} + C(q, \dot{q})s = -K_s s + \omega + Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\tilde{\theta} \quad (18)$$

Proponiendo la función candidata Lyapunov:

$$V(s) = s^T M(q)s \quad (19)$$

Derivando la ecuación anterior y evaluando a lo largo de la trayectoria.

$$\dot{V}(s) = -s^T K_s s + s^T [\omega + Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\tilde{\theta}] \quad (20)$$

En la Ec. (20) el primer término es definido negativo, pero se tiene que analizar el signo del segundo término. Suponiendo que la incertidumbre esta acotada ($\|\theta_0 - \theta\| \leq \rho$). Haciendo $\omega = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\chi$ y sustituyendo en la ecuación (20).

$$\dot{V}(s) = -s^T K_s s + s^T Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)(\tilde{\theta} + \chi) \quad (21)$$

Proponiendo que:

$$\chi = -\frac{(Y^T s)}{\rho \|s^T Y\| + \varepsilon} \rho^2; \quad \varepsilon > 0 \quad (22)$$

Con la proposición anterior se evitan las discontinuidades en la señal de control, y para que el sistema sea estable se requiere que $s^T K_s s \geq \varepsilon$, con lo que el error combinado de seguimiento se acota por:

$$\|s\| \leq \sqrt{\frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}\{K_s\}}} \quad (23)$$

Controlador Adaptable

Partiendo del controlador nominal (Ec. (10)) y tomando en cuenta la incertidumbre en los parámetros:

$$\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\hat{\theta} - K_s s \quad (24)$$

Substituyendo la Ec. (24) en la Ec. (1) y restando $M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r$ a ambos lados:

$$\begin{aligned} M(q)\dot{s} + C(q, \dot{q})s &= [\hat{M}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \hat{g}(q)] - K_s s \\ &\quad - [M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r] - g(q) \end{aligned} \quad (25)$$

Agrupando términos y aplicando la propiedad 3:

$$M(q)\dot{s} + C(q, \dot{q})s = -K_s s + Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\tilde{\theta} \quad (26)$$

Proponiendo la función candidata Lyapunov.

$$V(s) = \frac{1}{2} s^T M(q)s + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (27)$$

Derivando la Ec. (27) y evaluando a lo largo de la trayectoria.

$$\dot{V}(s) = -s^T K_s s + \tilde{\theta}^T [Y^T(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)s + \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}] \quad (28)$$

Para que la Ec. (28) sea definida negativa se requiere:

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\Gamma Y^T(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)s \quad (29)$$

Con lo que la Ec. (28) se vuelve definida negativa y en consecuencia el sistema es estable:

$$\dot{V}(s) = -s^T K_s s \quad (30)$$

Los parámetros no varían o lo hacen muy lento, con lo que se considera $\theta = cte$ y $\dot{\theta} = 0$, por consiguiente, la ecuación (29) se vuelve la ley de actualización de parámetros.

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\Gamma Y^T(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)s \quad (31)$$

4. SIMULACIÓN

La figura 7 muestra al robot SCORBOT ER-V+, este robot es usado como objeto de estudio en las simulaciones, para controlar para posición del efector final. Los parámetros del robo manipulador son:

- Masa del elemento i.
 - m_i $m_1 = 7.1402 \text{ kg}, m_2 = 2.2483 \text{ kg}, m_3 = 0.9888 \text{ kg},$
 - $m_f = \text{carga} + 0.5$
- Longitud del elemento i.
 - l_i $l_2 = 0.22 \text{ m}, l_3 = 0.22 \text{ m}$
- Distancia del centro de masa al eje de giro del elemento i.
 - l_{ci} $l_{c2} = 0.052 \text{ m}, l_{c3} = 0.137 \text{ m}$
- Inercia del elemento i.
 - I_i $I_1 = 0.04624 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, m_2 = 0.02545 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, m_3 = 0.03616 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

La siguiente ecuación constituye la trayectoria a seguir por las articulaciones del robot y se muestra en la figura 8.

$$\begin{bmatrix} q_{d1} \\ q_{d2} \\ q_{d3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{45} + \frac{\pi}{3}(1 - e^{-2t}) + \frac{\pi}{20}(1 - e^{-2t})\text{sen}(2t) \\ \frac{\pi}{45} + \frac{\pi}{4}(1 - e^{-2t}) + \frac{\pi}{25}(1 - e^{-2t})\text{sen}(3t) \\ \frac{\pi}{45} + \frac{\pi}{5}(1 - e^{-2t}) + \frac{\pi}{30}(1 - e^{-2t})\text{sen}(5t) \end{bmatrix} \quad (32)$$

Las siguientes graficas muestran los errores de posición y velocidad para el caso ideal (modelado exacto y parámetros exactos).

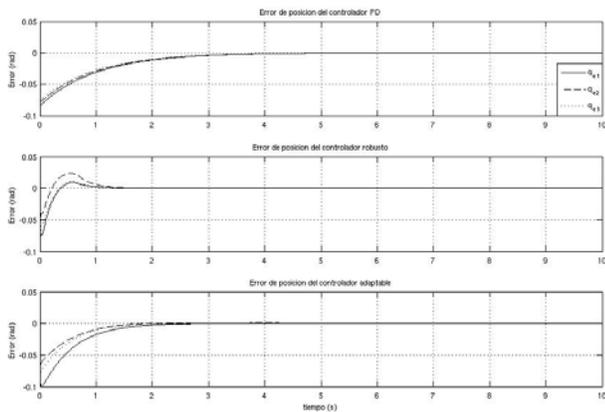


Figura 1. Errores de posición del caso ideal

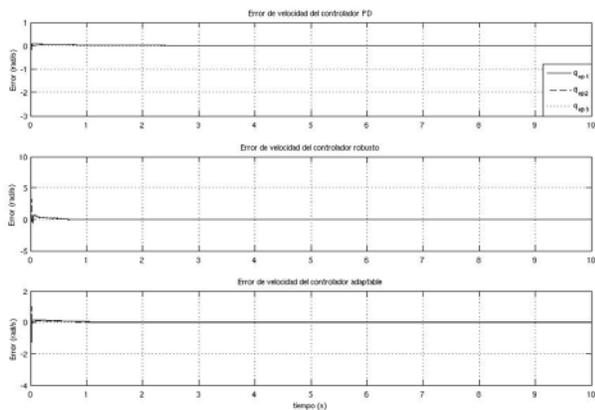


Figura 2. Errores de velocidad del caso ideal

A continuación se presentan las graficas de los errores que presenta el sistema en el caso de que se tuviera un error del 10 % y del 25 % en el valor de parámetros.

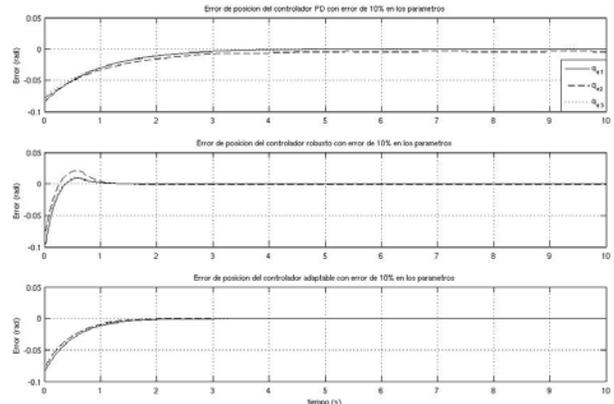


Figura 3. Errores de posición con error del 10% en el valor de los parámetros

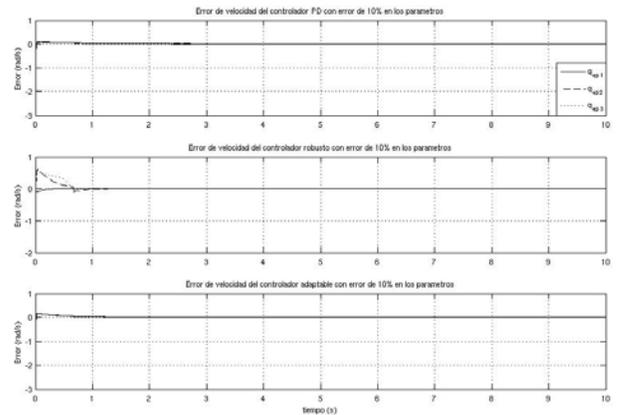


Figura 4. Errores de velocidad con error del 10% en el valor de los parámetros

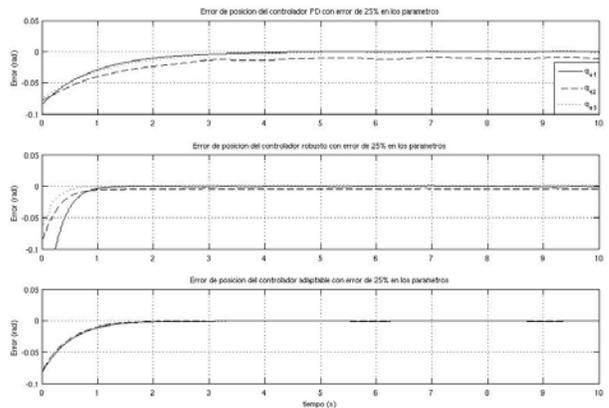


Figura 5. Errores de posición con error del 25% en el valor de los parámetros

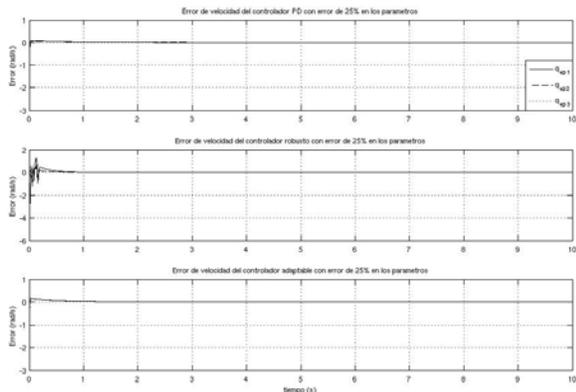


Figura 6. Errores de velocidad con error del 25% en el valor de los parámetros

Como se observa en las figuras 1, 3, 5 (gráficas del error de posición) los errores de los tres controladores se encuentran en niveles muy bajos (alrededor del 0.018 en su caso máximo). El controlador adaptable va mejorando su respuesta a según se incrementa el margen de error de del conocimiento de los parámetros y anteriores, en los controladores PD y robusto el error se incrementa aunque en el controlador robusto lo hace en un margen muy pequeño.

En las figuras 2, 4, 6 (graficas del error de velocidad) el controlador PD presenta los errores de estado estable más grandes. Los controladores robusto y adaptable presentan un mejor control en estado estable, por muy poca diferencia la respuesta es mejor del controlador adaptable.

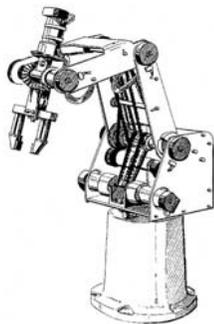


Figura 7.- Robot SCORBOT ER-V+ [11]

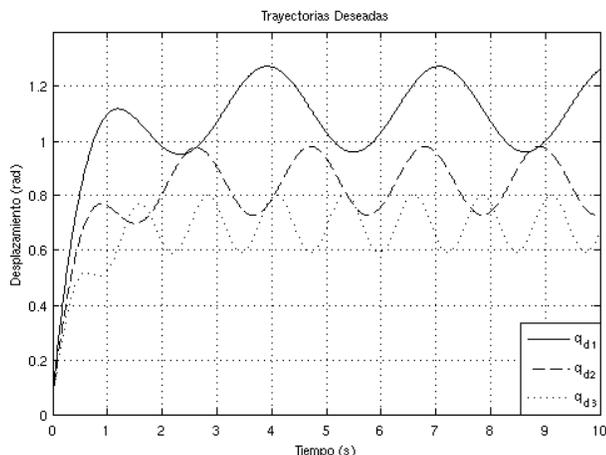


Figura 8.- Trayectorias deseadas

5. DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES

En la sección anterior se presentaron las gráficas de los errores de posición y velocidad para los casos donde el conocimiento de los parámetros es exacto, cuando se tiene un error del 10 % y un error del 25 % en el valor de los parámetros. En esta sección se presentan los valores de los índices de desempeño ISE, ITAE y CE para los errores de posición y velocidad.

Tabla 1. Índices de desempeño para el caso ideal

	Posición		Velocidad		
	ISE	ITAE	ISE	ITAE	CE
PD	0.6866	7.2247	17.419	14.7589	4366.3
Robusto	0.5134	6.2249	12.081	12.7397	4194.2
Adaptable	0.6141	8.5251	20.6537	19.2908	4390.3

En la tabla 1, se ve que el controlador robusto se destaca pues presenta los índices de error más pequeños realizando el menor esfuerzo de control. El controlador PD y el controlador adaptable cuentan con valores similares en todos los índices, contando con valores más pequeños el controlador PD. El controlador adaptable presenta el peor desempeño de los tres controladores, para el caso nominal esto es debido a la adaptación de parámetros en base a la existencia de error.

Tabla 2. Índices de desempeño con un error de 10 % en los parámetros

	Posición		Velocidad		
	ISE	ITAE	ISE	ITAE	CE
PD	0.712	19.0281	17.4453	24.4141	4382.2
Robusto	0.4958	14.2094	11.4279	15.7667	4184.3
Adaptable	0.4752	7.3762	10.3748	15.8305	4075.6

En la tabla 2 se destaca que el controlador adaptable presenta el mejor desempeño de una manera global al tener menor error con el menor esfuerzo de control, el controlador robusto sigue presentando un buen desempeño sin embargo cuenta con transitorios más largos que el controlador adaptable, el controlador PD elevó sus índices de error tanto en el control de posición como en el control de velocidad.

Tabla 3. Índices de desempeño con un error de 25 % en los parámetros

	Posición		Velocidad		
	ISE	ITAE	ISE	ITAE	CE
PD	0.7772	36.9559	18.0576	38.4558	4415.7
Robusto	0.517	26.815	11.7207	21.6209	4245.5
Adaptable	0.5187	7.9696	10.9678	18.2384	4133.6

En la tabla 3 se continúa la tendencia de degradamiento en la respuesta del controlador PD. El controlador robusto incrementa sus índices de error (debido al incremento del error de estado estable) El controlador adaptable continúa presentando el mejor desempeño.

6. SUMARIO Y CONCLUSIONES

Se desarrollo una comparación del desempeño de los controladores de seguimiento del tipo PD, adaptable y robusto por medio de la simulación de la operación del robot SCORBOT ER-V+ ante cambios en los parámetros del robot incluyendo cambios en la carga.

A partir de los resultados de las simulaciones vemos que el controlador adaptable es la mejor opción debido a que en los tres casos presentados presenta buen desempeño con un esfuerzo de control bajo. El controlador robusto es una buena opción esperando que el conocimiento de los parámetros sea pequeño. Como era de esperarse el controlador PD es el controlador que presenta los peores índices de error a lo largo

de las tres pruebas. Los resultados de las simulaciones nos muestran que los tres controladores presentan un margen de error muy pequeño, lo que indicaría que en la práctica cualquiera de los tres controladores puede ser utilizado confiando en tener una buena respuesta por parte del robot.

7. AGRADECIMIENTOS

Al CENIDET por contar con sus instalaciones para este proyecto. A COSNET por el apoyo brindado a este proyecto.

8. REFERENCIAS

- [1] R. Kelly y V. Santibáñez, **Control de Movimiento de Robots Manipuladores**, Pearson Educación, 2003
- [2] J. J. E. Slotine, **Applied Nonlinear Control**, Prentice Hall, 1991.
- [3] J. R. Martínez, **Controladores de Robots Rígidos: Un Análisis Comparativo de las Metodologías de Control Clásico, Adaptable y Robusto Basadas en el Método de Lyapunov**, CENIDET, 2006.
- [4] S. Abdala y R. Neco. **Caracterización de un robot manipulador articulado**, CENIDET, 2003.