

Comparación de Huellas Dactilares Usando la Distancia Hausdorff

Henry ARGUELLO

Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas, Universidad Industrial de Santander
Bucaramanga, Santander 68001000, Colombia

RESUMEN

En el siguiente trabajo de investigación se determinan las características de utilizar la distancia Hausdorff para realizar la comparación de huellas dactilares. En primer lugar se realiza una descripción teórica de la distancia Hausdorff y su utilización en la comparación de imágenes. En una segunda parte se muestran las características y resultados de utilizar esta técnica para localizar la zona nuclear de una huella dactilar.

Palabras claves: Distancia Hausdorff, procesamiento de imágenes, reconocimiento de patrones, huella dactilar, reconocimiento de huellas dactilares.

1. INTRODUCCIÓN

Las aplicaciones de reconocimiento de patrones en forma general requieren una medida que permita discriminar entre dos conjuntos de características. La capacidad de discriminación de esta medida es directamente proporcional a la eficiencia o capacidad de reconocimiento de estas aplicaciones. Algunas de las medidas más conocidas para realizar esta discriminación incluyen la correlación, el error cuadrático medio, la distancia euclidiana, medidas estadísticas tal como la media, la varianza, la desviación estándar etc [8]. Diversas transformadas también son ampliamente utilizadas para realizar esta discriminación, dentro de las más utilizadas se encuentran las transformada de Fourier, Coseno, Hough, Wavelet [10],[3],[4]. Otra de las técnicas más utilizada para realizar la comparación de patrones es a través de técnicas de inteligencia artificial tales como las redes neuronales artificiales, los sistemas basados en lógica difusa y aunque no directamente técnicas tales como los algoritmos genéticos [11].

En la mayoría de las ocasiones varias de estas mediadas pueden ser utilizadas de forma simultánea y complementaria, por ejemplo resulta común encontrar aplicaciones en las cuales se utiliza los coeficientes de Fourier como entrada a un sistema neuronal artificial.

Las anteriores medidas pueden ser utilizadas en el caso unidimensional para aplicaciones tales como el procesado de audio, voz o señales de sensores electrónicos. También pueden ser utilizadas en el caso bidimensional tal como el procesado de imágenes que contienen rostros, huellas digitales, iris de los ojos, palma de la mano, métricas entre otras [5],[9],[10],[11],[14],[18]. Este trabajo de investigación aborda la comparación de imágenes provenientes de sensores de huellas dactilares usando la distancia Hausdorff. Esta distancia proporciona una medida del grado de similitud entre dos imágenes digitales de carácter binario, es decir aquellas en las cuales solo hay dos posibles valores 1 o 0 [7].

Esta distancia ha demostrado poseer características similares o superiores a la que presenta la correlación binaria [7]. Además, la distancia Hausdorff ha mostrado sus capacidades de discriminación en diversas aplicaciones de reconocimiento de patrones[5],[9],[10],[11],[14],[18].

En una primera parte se muestran las bases teóricas de la distancia Hausdorff para señales unidimensionales. Luego se ilustra mediante un ejemplo práctico el cálculo de la distancia Hausdorff directa e inversa. Se muestran las bases teóricas de esta distancia en el caso bidimensional para que pueda ser utilizada en la comparación de imágenes digitales. El ejemplo del caso unidimensional es repetido y adaptado para ser visto desde la perspectiva del procesamiento de imágenes. Se muestran las características del cálculo de la distancia Hausdorff entre imágenes de huellas digitales y su capacidad para discriminar una cierta zona de las huellas digitales. Se realiza un análisis de la capacidad de esta distancia para realizar la detección de la zona nuclear de una huella dactilar.

2. DISTANCIA HAUSDORFF

En la mayoría de las aplicaciones de reconocimiento de patrones existe la necesidad de calcular una medida que estime el grado de igualdad entre dos conjuntos de valores. Los conjuntos de valores por ejemplo podrían representar una imagen, un sonido, la voz de una persona, la señal proveniente de un sensor electrónico etc. En algunos casos los conjuntos de valores se comparan directamente [7], sin embargo, en la mayoría de las aplicaciones se extraen características que representan estos valores[10], [15].

De esta forma la imagen de un rostro, de una huella dactilar, del iris de un ojo puede ser representado por un vector unidimensional a cuyas componentes se les llama características. En otras ocasiones se utilizan directamente las imágenes de los objetos que se desean comparar. Cada una de estas alternativas tiene sus ventajas y desventajas, especialmente a la hora de implementar tales sistemas en un sistema hardware o en el desempeño de los sistemas de reconocimiento.

La distancia Hausdorff es una medida que puede ser utilizada para realizar esta comparación ya sea de las imágenes de los objetos directamente, o la distancia entre los vectores de características que representan estos objetos [7]. Sin embargo, la mayor utilidad de la distancia Hausdorff está en la comparación de objetos a partir de sus imágenes directamente. Esta distancia puede ser solo utilizada en imágenes binarias es decir aquellas que pueden solo tener dos valores posibles 0 o 1, en otras palabras son aquellas imágenes que tienen únicamente dos colores blanco y negro [6]. Por este motivo para poder

utilizar la distancia Hausdorff las imágenes de los objetos que se desean comparar deben ser preprocesadas con el objetivo de convertirlas en imágenes binarias [6], [7].

Distancia Hausdorff Directa

La distancia Hausdorff directa entre dos secuencias o vectores unidimensionales A y B se calcula mediante la siguiente expresión [7]:

$$h(A,B) = \max_{b \in B} \left(\min_{a \in A} d(A,B) \right) \quad (1)$$

$$d(x,y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots + (x_m - y_m)^2} \quad (2)$$

Donde $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ y $d(A,B)$ es una medida de distancia que generalmente es la distancia euclidiana dada por la Ec. (2). $\max(x)$ y $\min(x)$ son funciones que calculan los valores máximos y mínimos respectivamente. Además, cada punto a_i o b_i puede estar formado por varias componentes de forma tal que $a_i = (a_{ix}, a_{iy}, \dots, a_{iz})$, $b_i = (b_{ix}, b_{iy}, \dots, b_{iz})$.

La Ec. (1) se calcula de la siguiente manera: Supóngase que el vector A tiene K elementos y que el vector B tiene P elementos. De esta forma $A = (a_1, a_2, \dots, a_K)$ y $B = (b_1, b_2, \dots, b_P)$. Se toma a_1 y se calcula la distancia euclidiana a cada uno de los elementos del vector B. De esta forma se obtienen P distancias entre a_1 y cada uno de los elementos del vector B. De estas P distancias se selecciona la menor de ellas. Este proceso se repite para a_2, \dots, a_K , de forma tal que se obtiene K distancias. De estas últimas se selecciona la mayor distancia la cual es llamada la distancia Hausdorff directa.

Ejemplo de Aplicación

Para ilustrar el procedimiento del cálculo de la distancia Hausdorff directa, supóngase que se desea comparar los triángulos A y B en las posiciones indicadas en la figura 1a. Los triángulos por separado son mostrados en la figura 1b. La forma más sencilla de representar los triángulos de la figura 1 es a través de los vértices de estos.

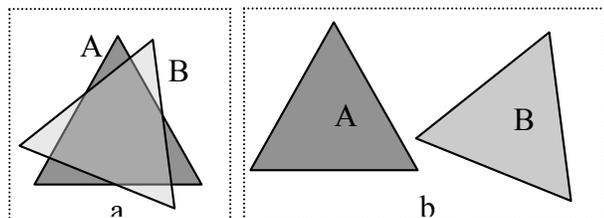


Figura 1a. Dos triángulos para ser comparados, 1b. Los mismos triángulos vistos por separado.

De esta forma el triángulo $A = (a_1, a_2, a_3)$ y el triángulo $B = (b_1, b_2, b_3)$ donde cada una de las características a_i y b_i tienen componentes en las coordenadas x y y. En la figura 2 se pueden observar los triángulos representados por sus características. En primer lugar se calculan las distancias de

cada a_i a cada uno de los puntos del triángulo B, los resultados de este procedimiento se muestran en la figura 3a, 3b, 3c. En estas figuras se puede observar resaltadas las distancias más cortas es decir $d(a_1, b_1)$, $d(a_2, b_2)$, $d(a_3, b_3)$. En la figura 3d se indican las distancias más cortas y se resalta la mayor de ellas o distancia Hausdorff directa $h(A,B)$.

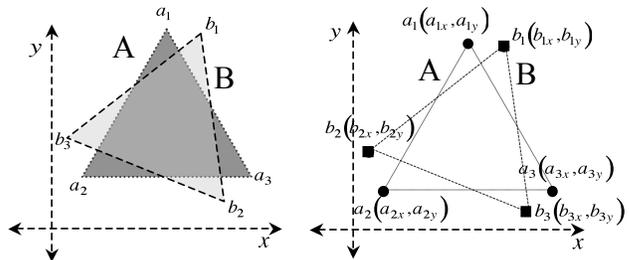


Figura 2. Los triángulos de la figura 1 en un sistema de coordenadas.

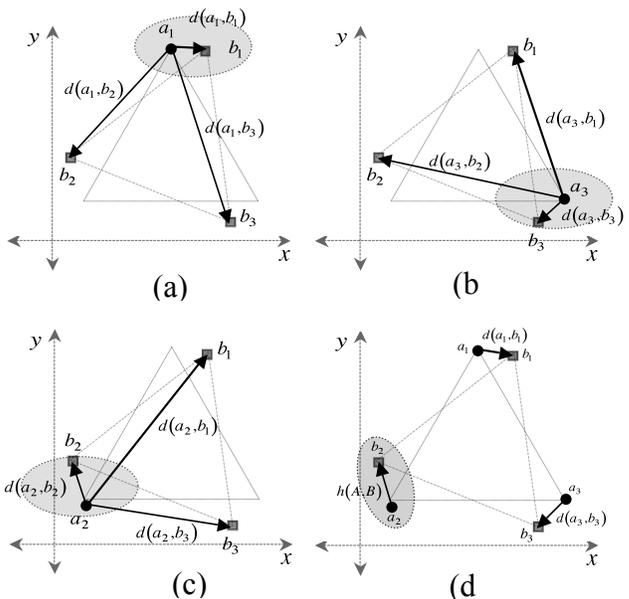


Figura 3.(a) Distancia de a_1 a cada uno de los $b \in B$. (b) Distancia de a_2 a cada uno de los $b \in B$. (c) Distancia de a_3 a cada uno de los $b \in B$. (d) Distancias mas cortas, se resalta la distancia Hausdorff directa $h(A,B)$.

Distancia Hausdorff Inversa y Total

Es importante resaltar que la distancia $h(A,B) \neq h(B,A)$. Comúnmente el conjunto A es un patrón que se desea encontrar dentro del objeto B, por este motivo a la distancia $h(B,A)$ es llamada la distancia Hausdorff inversa. Debido a que estas dos distancias son distintas de forma general la distancia de Hausdorff se calcula de la siguiente forma:

$$H(A,B) = \max(h(A,B), h(B,A)) \quad (3)$$

$$H(A,B) = \max\left(\max_{b \in B} \min_{a \in A} \|a - b\|, \max_{a \in A} \min_{b \in B} \|a - b\|\right) \quad (4)$$

Donde nuevamente $\|a - b\|$ es la distancia euclidiana entre los puntos del objeto A y el B. Si se definen las siguientes cantidades:

$$d(x) = \min_{a \in A} \|a - x\| \quad (5)$$

$$r(x) = \min_{b \in B} \|x - b\| \quad (6)$$

Las expresiones de las Ec. (5) y (6) son funciones de la variable x que calculan la distancia euclidiana entre el valor de x y el punto más cercano a_i del conjunto de puntos del objeto A. Entonces la distancia Hausdorff se calcula mediante la siguiente expresión,

$$H(A,B) = \max\left(\max_{b \in B} (d(b)), \max_{a \in A} (r(a))\right) \quad (7)$$

Los términos $d(x)$, $r(x)$ son llamados superficies de Voronoi. De esta forma la distancia Hausdorff se obtiene calculando previamente la distancia $d(b)$ para todo $b \in B$ y $r(a)$ para todo $a \in A$.

3. DISTANCIA HAUSDORFF ENTRE IMÁGENES

Como se puede apreciar la Ec. (3) es utilizada para calcular la distancia Hausdorff de dos secuencias de puntos A y B, para calcular la distancia Hausdorff de dos imágenes algunos cambios en estas ecuaciones deben ser considerados [1],[2],[7].

En primer lugar las imágenes que serán analizadas son imágenes binarias es decir aquellas cuyos únicos valores posibles son 0 o 1. Estas imágenes resultan normalmente de operaciones de procesamiento de imágenes tales como detectores de bordes, umbralización y operaciones de filtrado [6]. La imagen A se denotará por $A[x,y]$ y la imagen B por $B[x,y]$, de esta manera la distancia Hausdorff directa para imágenes es:

$$h(A,B) = \max_{x,y \in A=1} \left(\min_{x,y \in B=1} (\|A[x,y] - B[x,y]\|) \right) \quad (8)$$

$$h(B,A) = \max_{x,y \in B=1} \left(\min_{x,y \in A=1} (\|A[x,y] - B[x,y]\|) \right) \quad (9)$$

Las Ec. (8) y Ec. (9) son semejantes a sus contrapartes unidimensionales (Ec. (1)). Debe observarse que en este caso se calcula la distancia entre cada una de las posiciones (x,y) donde $A[x,y]=1$ y cada uno de los puntos (x,y) donde $B[x,y]=1$. En primer lugar se toman las distancias mínimas, como se explicó anteriormente y por último de estas distancias se toma la mayor. De esta forma se obtiene la distancia Hausdorff directa.

Nuevamente las superficies de Voronoi pueden ser calculadas para el caso bidimensional: $D[x,y]$ y $R[x,y]$:

$$D[x,y] = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2} \quad (10)$$

Donde (x_c, y_c) son las coordenadas del pixel más cercano de valor no nulo a la posición $(x,y) \in A$.

$$R[x,y] = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2} \quad (11)$$

Donde (x_c, y_c) son las coordenadas del pixel más cercano de valor no nulo a la posición $(x,y) \in B$.

Ahora la distancia Hausdorff puede ser calculada como:

$$h(A,B) = \max_{x,y \in B=1} (D[x,y]) \quad (12)$$

$$h(B,A) = \max_{x,y \in A=1} (R[x,y]) \quad (13)$$

Debido a que las imágenes A y B son binarias, las Ec. (12) y (13) pueden ser re-escritas de la siguiente forma:

$$h(A,B) = \max(B[x,y]D[x,y]) \quad (14)$$

$$h(B,A) = \max(A[x,y]R[x,y]) \quad (15)$$

Por último la distancia Hausdorff puede ser calculada mediante:

$$H(A,B) = \max(h(A[x,y],B[x,y]), h(B[x,y],A[x,y])) \quad (16)$$

Las Ec. (14) y (15) indican una forma práctica de calcular la distancia Hausdorff directa: se multiplica la imagen B por la superficie de Voronoi de la imagen A y de esta multiplicación se toma el valor máximo.

Ejemplo de aplicación 1

A continuación se mostrará el cálculo de la distancia Hausdorff del ejemplo de la figura 1. Sin embargo, en este caso los triángulos serán considerados como imágenes. Los triángulos nuevamente serán representados mediante sus vértices tal y como se muestra en la figura 4. En este caso son imágenes de 64 píxeles de alto por 64 píxeles de ancho. Las superficies de Voronoi $D[x,y]$ y $R[x,y]$ de $A[x,y]$ y $B[x,y]$ respectivamente se muestran en la figura 5.

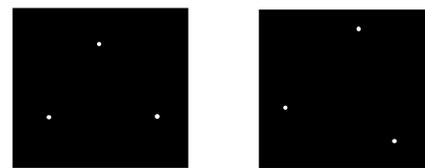


Figura 4. (a) $A[x,y]$. (b) $B[x,y]$

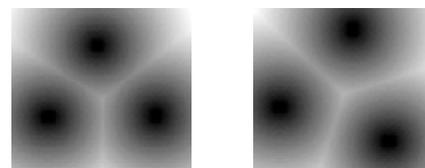


Figura 5. (a) $D[x,y]$. (b) $R[x,y]$

Las superficies de Voronoi de la figura 5 se pueden interpretar de la siguiente manera: las zonas más claras corresponden a valores o distancias grandes y las zonas oscuras corresponden a valores o distancias más cortas. Si se observa las figuras 4 y 5 simultáneamente se puede observar que las zonas negras de la figura 5 (distancias pequeñas) se encuentran alrededor de los vértices de los triángulos de la figura 4. Las zonas claras o blancas de la figura 5 se encuentran en zonas lejanas de cualquiera de las posiciones en las que se encuentran los vértices de la figura 4. En general las superficies de Voronoi $D[x,y]$ y $R[x,y]$ presentan valores bajos (zonas oscuras) en posiciones (x,y) donde hay píxeles no nulos cercanos en las respectivas imágenes $A[x,y]$ y $B[x,y]$. Los valores altos (zonas claras) se presentan cuando no existen píxeles no nulos cercanos alrededor de las coordenadas (x,y) en las imágenes $A[x,y]$ y $B[x,y]$. En otras palabras si en la posición (x,y) de una superficie de Voronoi se presentan valores bajos quiere decir que existen píxeles no nulos cercanos en la imagen a la cual se le calcula la superficie de Voronoi.

Para terminar el cálculo de la distancia Hausdorff directa se multiplica la figura 4b por la figura 5a. En la figura 6a se muestran estas dos gráficas superpuestas.

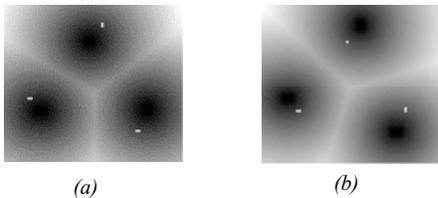


Figura 6. (a) $B[x,y]D[x,y]$ (b) $A[x,y]R[x,y]$

De la gráfica 6.a se debe tomar la intensidad en la posición (x,y) de uno de los tres puntos blancos que se encuentre en la zona más clara y este valor constituye la distancia Hausdorff directa $h(A[x,y],B[x,y])$. La intensidad en la posición (x,y) indicada por la posición de uno de los 3 puntos blancos que se encuentre en la zona más clara de la figura 6b es igual a la distancia Hausdorff inversa $h(B[x,y],A[x,y])$. Por último la distancia Hausdorff es la mayor de las dos anteriores distancias $H(A[x,y],B[x,y])$.

Ejemplo de Aplicación 2

Para mostrar la potencialidad de la Distancia Hausdorff para discriminar entre dos imágenes binarias supóngase que nuevamente se desea realizar la comparación entre el triángulo de la figura 4a, pero en esta ocasión con otra imagen un poco distinta a la de la figura 4b tal y como lo muestran las figuras 7a y 7b. La figura 7b a diferencia de la figura 4b ya no representa un triángulo, en este caso los puntos podrían representar un rectángulo. Como puede observarse en la figura 8b la superficie de Voronoi nuevamente presenta cuatro zonas oscuras correspondientes a las posiciones de los cuatro puntos blancos de la figura 7.b.

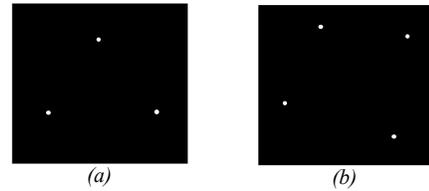


Figura 7. (a) $A[x,y]$. (b) $B[x,y]$

En la figura 9 se muestran los productos $B[x,y]D[x,y]$ y $A[x,y]R[x,y]$ que permiten estimar las distancias Hausdorff directa e inversa. Es importante observar como en la figura 9a uno de los cuatro puntos de la figura 7b cae en una zona bastante clara lo que hace que la distancia Hausdorff directa de la figura 7 sea mayor que la de la figura 4, esta situación es sobresaltada en la figura 9a por un círculo punteado. Si se observa con detenimiento los puntos de la figura 9b caen en zonas más claras que las de la figura 6b, por este motivo es de esperar que la distancia Hausdorff inversa de las imágenes de la figura 7 sea nuevamente mayor que la obtenida de las imágenes de la figura 4.

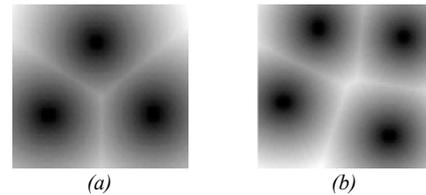


Figura 8. (a) $D[x,y]$. (b) $R[x,y]$

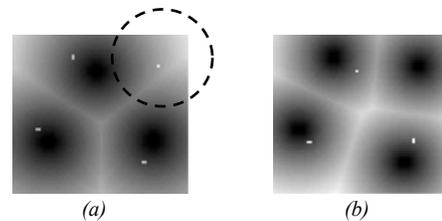


Figura 9. (a) $B[x,y]D[x,y]$ (b) $A[x,y]R[x,y]$

4. SENSIBILIDAD AL RUIDO DE LA DISTANCIA HAUSDORFF

De los ejemplos de aplicación de la sección 3 se puede deducir fácilmente que pequeñas rotaciones de una de las imágenes que se desean comparar variarían en gran medida los resultados. Esta es una de las deficiencias de la distancia Hausdorff ya que presenta sensibilidad a la rotación de los patrones que se desean comparar. Por otro la translación de una de las imágenes que se desean comparar nuevamente variará el valor de la distancia Hausdorff. Esta es otra de las debilidades de utilizar la distancia Hausdorff ya que pequeños desplazamientos de uno de los patrones que se desean comparar variarían en gran medida los resultados. Estos dos inconvenientes de la distancia Hausdorff origina que si se desean comparar de forma exacta dos imágenes debe analizarse todas las translaciones y rotaciones posibles de uno de los patrones que se desea comparar [7].

Por otro lado cuando se comparan dos imágenes se desea que la medida utilizada para realizar la comparación presente inmunidad a la ausencia o presencia de píxeles adicionales que comúnmente son llamados ruido. La distancia Hausdorff tal y como ha sido expuesta hasta este momento, no presenta este tipo de inmunidad ya que la presencia de píxeles adicionales o la ausencia de algunos de ellos varía en gran medida esta distancia. Para ilustrar esta situación la distancia Hausdorff entre las imágenes de la figura 10 debería ser cercana a cero ya que tiene el mismo objeto solo que la gráfica de la figura 10b tiene un porcentaje de ruido.

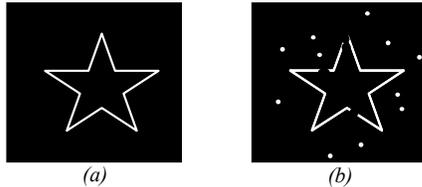


Figura 10. Dos imágenes (a) $A[x,y]$. (b) $B[x,y]$, cuya distancia Hausdorff debería ser pequeña.

En la figura 11.a puede observarse como varios puntos de la figura 10.b caen en regiones blancas por lo cual la distancia Hausdorff directa tendrá un valor alto. Esta situación puede ser solucionada redefiniendo la Ec. (14), (15) y (16) de la siguiente forma:

$$h(A,B) = \text{quantile}_x(B[x,y]D[x,y]) \quad (17)$$

$$h(B,A) = \text{quantile}_x(A[x,y]R[x,y]) \quad (18)$$

$$H(A,B) = \max(h(A,B), h(B,A)) \quad (19)$$

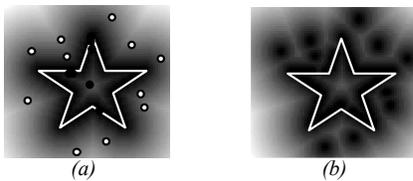


Figura 11. Superficies Voronoi de los objetos de la figura 10. (a) $D[x,y]B[x,y]$ (b) $R[x,y]A[x,y]$

Donde, $\text{quantile}_x(\)$ es una función que puede ser aproximada de la siguiente forma: Sea $A = (a_0, a_1, a_2 \dots a_N)$, $x = (0,1)$ y $\vec{A} = (\vec{a}_0, \vec{a}_1, \vec{a}_2 \dots \vec{a}_N)$ es un vector con las mismas componentes del vector A ordenadas de menor a mayor, es decir $\vec{a}_0 \leq \vec{a}_1 \leq \vec{a}_2 \dots \leq \vec{a}_N$.

$$\text{quantile}_x(A) = \vec{A}_{xN} \quad (20)$$

En resumen esta función selecciona el valor de una componente de A tal que xN términos de A son menores que $\text{quantile}_x(A)$, es decir

$$\vec{a}_0 \leq \vec{a}_1 \leq \vec{a}_2 \dots \leq \vec{a}_{xN} \leq \text{quantile}_x(A). \text{ Si } x=1 \text{ entonces}$$

$$\text{quantile}_x(A) = \max(A), \quad \text{si } x=0.5$$

$$\text{quantile}_x(A) = \text{mediana}(A), \quad \text{si } x=0$$

$$\text{quantile}_x(A) = \min(A).$$

La selección del valor de x es una decisión que depende de la aplicación específica en la que se esté trabajando. Para mostrar el impacto de la selección del valor de x en la figura 12 se ha calculado el valor de la distancia Hausdorff $H(A,B)$ para los objetos de la figura 10 y diferentes valores de la variable x .

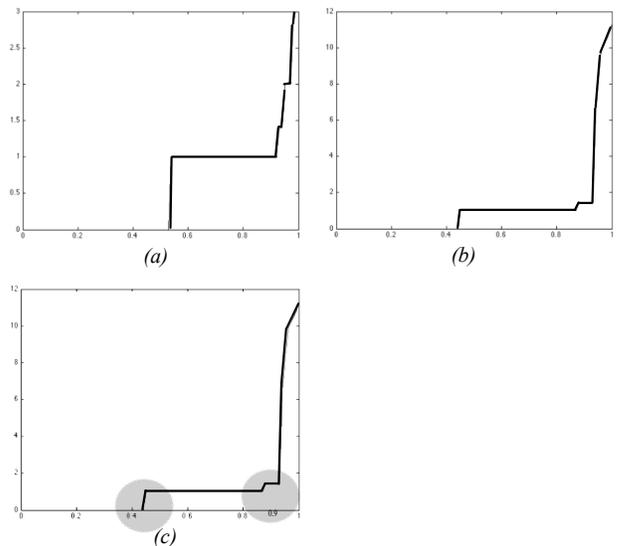


Figura 12. (a) $h(A,B)$ vs x (b) $h(B,A)$ vs x (c) $H(A,B)$ vs x

En la figura 12c puede observarse como para $x < 0.45$ la distancia Hausdorff es 0. Esto puede interpretarse como que aproximadamente el 45% de los píxeles no nulos de las imágenes de las figuras 10a y 10b están en las mismas posiciones. También se puede observar como más del 90% de los píxeles no nulos de estas dos imágenes están a menos de 2 píxeles de distancia. De esta gráfica puede observarse como tomar $x=1$ es decir tomar el valor máximo en las Ec. (14) - (16), resulta en un valor que no refleja la realidad ya que la distancia Hausdorff entre los objetos de la figura 10 resultaría en un valor de alrededor de 12 píxeles. Este valor es demasiado alto y tiene el significado que las dos imágenes de la figura 10 no tienen ningún parecido, sin embargo, como puede observarse visualmente estas figuras si tienen un alto grado de similitud.

Del anterior análisis puede observarse como la selección del valor de x es de vital importancia, ya que un valor muy alto puede conducir a que la distancia sea muy sensible a pequeños píxeles de ruido presentes en las imágenes que se desean comparar. Por otro lado un valor muy bajo de esta variable puede conducir a que dos objetos que no se parecen tengan un valor bajo de la distancia Hausdorff. Esta última situación es más grave que la primera ya que conduce a que los sistemas de reconocimiento de patrones aumenten sus falsos negativos, es decir, aumenten el número de veces en que estos sistemas aceptan como verdaderas identidades de patrones que no lo son.

5. DISTANCIA HAUSDORFF ENTRE HUELLAS DACTILARES

La distancia Hausdorff es una medida que permite estimar el grado de diferencia entre dos imágenes binarias. De esta forma la distancia Hausdorff puede ser utilizada para comparar dos imágenes, si esta distancia presenta un valor alto quiere decir que las imágenes no presentan gran similitud, en caso contrario quiere decir que las imágenes tienen un grado alto de similitud. El caso extremo en el cual la distancia Hausdorff es cero solo es posible si las imágenes que se comparan son completamente iguales.

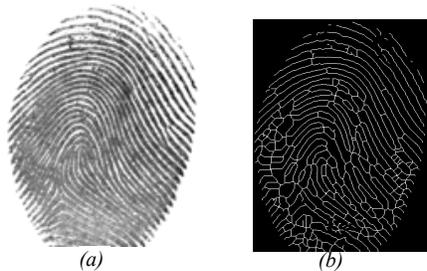


Figura 13. (a) Huella prototipo para ser analizada (b) Huella binarizada

La distancia Hausdorff entre huellas dactilares presenta algunas características especiales que pueden ser utilizadas para diferenciar dos huellas dactilares y por tanto servir como medida principal de un sistema de reconocimiento basado en huellas dactilares. En primera medida debe recordarse que para utilizar la distancia Hausdorff las imágenes a comparar deben estar en formato binario. En la figura 13a se muestra una huella prototipo y su respectiva binarización en la figura 13b [6].

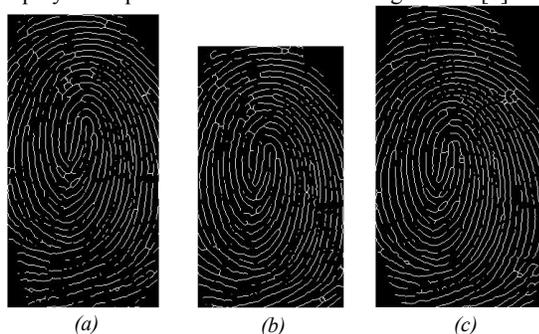


Figura 14. Tres huellas dactilares del mismo dedo del mismo individuo tomadas en instantes distintos.

Por otro lado si mediante un sensor electrónico se toman varias muestras de una huella dactilar del mismo individuo en diferentes instantes de tiempo se obtienen imágenes que difieren en gran medida entre ellas. En la figura 14 se pueden observar 3 tomas diferentes de la misma huella. De estas figuras se puede observar que a pesar de que se trata de una huella del mismo individuo tienen diferentes tamaños, las tres tienen zonas de la huella que las otras no tienen y si se observa cuidadosamente si se comparan las mismas zonas de la huella dactilar no son exactamente iguales.

El primer paso para comparar dos huellas dactilares es detectar el lugar donde se encuentra una zona común a los dos, tres o "n" huellas que se desean comparar. En la figura 15 se han sombreado zonas que se encuentran presentes en las 3 huellas digitales. Por tanto un primer paso es encontrar esta zona y

luego proceder a comparar las huellas digitales. En esta investigación se pretende encontrar precisamente esta zona común.

En un sistema de reconocimiento de huellas digitales se cuenta con un muestra de la huella digital y cada vez que un individuo desee autenticarse se debe comparar la nueva muestra con la que se encuentra previamente almacenada [12].

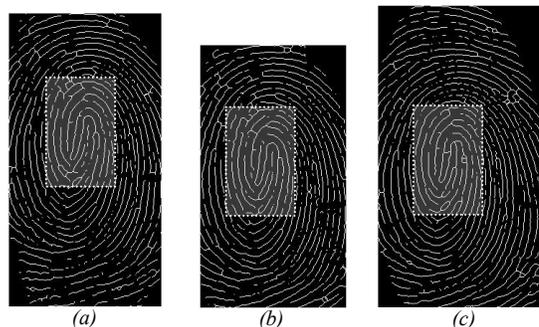


Figura 15. Tres huellas dactilares del mismo individuo, se resaltan las zonas nucleares similares presentes en todas ellas.

Por tanto el objetivo de esta investigación es encontrar las zonas nucleares de las figuras 15b y 15c, conociendo previamente la zona nuclear de la huella de la figura 16a.

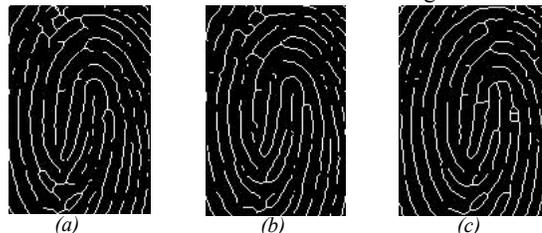


Figura 16. Zonas centrales de las huellas de la figura 14.

Como puede observarse en la figura 16 las zonas centrales de las huellas de la figura 14 no son exactamente iguales. Algunos píxeles presentes en la figura 16a no lo están en las figuras 16b y 16c y viceversa. Además, algunos píxeles de la figura 16a aparecen en posiciones distintas en las otras dos figuras. Estas situaciones como se mencionó previamente pueden ser superadas por la distancia Hausdorff.

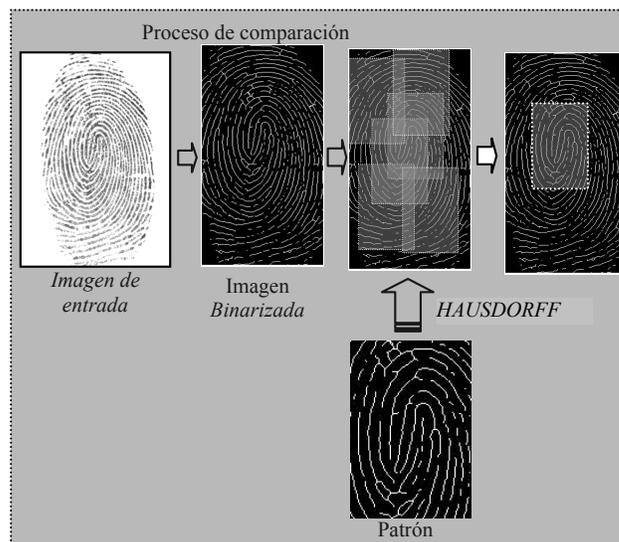


Figura 17. Sistema para comparar dos huellas dactilares.

En la figura 17 se encuentra resumido el proceso de comparación de huellas dactilares. En una primera etapa se realiza la captura de la imagen de la huella dactilar. Luego se realiza un pre-procesamiento de esta huella donde se realizan diversas operaciones de procesamiento de imágenes, tales como igualización de histograma, corrección de iluminación, umbralización, esqueletización. Todo esto para obtener una imagen binarizada de la imagen de entrada [6],[12]. Seguidamente, se realiza la búsqueda del patrón de referencia que ha sido previamente almacenado. La búsqueda de este patrón se puede realizar utilizando varios métodos de optimización o utilizando un algoritmo de fuerza bruta, es decir buscar posición por posición hasta encontrar el patrón que se desea encontrar.

Para determinar en qué lugar se encuentra el patrón de referencia se calcula la distancia Hausdorff entre cada zona de la imagen de entrada y el patrón de referencia. El lugar donde la distancia sea mínima es el lugar donde se encuentra el patrón de referencia.

Si se realiza esta búsqueda se obtiene una gráfica como la que se muestra en la figura 17. Sin embargo en esta figura y en las siguientes no se graficará directamente $H(A,B)$, en lugar de ella se graficará $\bar{H}(A,B) = 9 - H(A,B)$ esto con el objetivo de que el mínimo de la distancia Hausdorff se convierta en un máximo que es más fácil de apreciar visualmente.

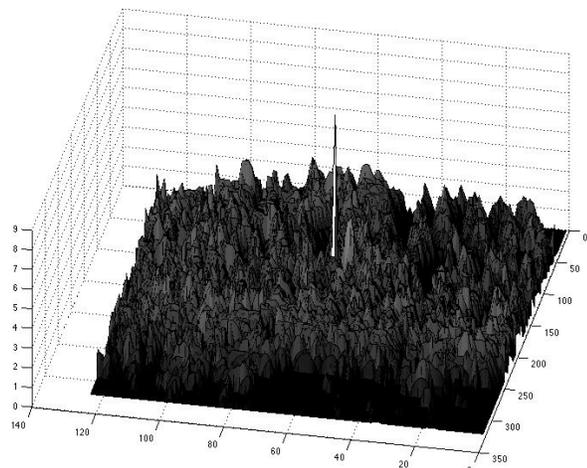


Figura 17. Valores de la distancia Hausdorff al recorrer el patrón de la figura 16a por toda la huella de la figura 14a.

El pico pronunciado corresponde a la posición donde se encuentra el patrón que se está buscando. La figura 17 tiene una forma que es de esperar ya que la figura 14a contiene exactamente el patrón de la figura 16a. Sin embargo, si se realiza el mismo procedimiento pero con las imágenes 14b y 14c las cuales no contiene exactamente el patrón de la figura 16a, los resultados son los que se muestran en las figuras 18 y 19.

De las figuras 18 y 19 se pudo observar que aún sobresale un pico indicando la presencia del patrón de la figura 16a. Aunque no resulta evidente el pico de las figuras 18 y 19 tienen en tamaño solo del 75% del pico de la figura 17. Esto es debido a que como se ha mencionado anteriormente el patrón de la figura 16a no está exactamente en las figuras 18 y 19.

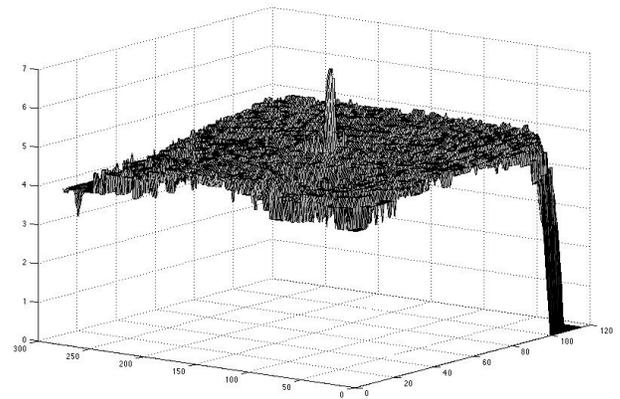


Figura 18. Valores de la distancia Hausdorff al recorrer el patrón de la figura 16a por toda la huella de la figura 14b.

6. RESULTADOS

Para colocar a prueba la eficiencia de la distancia Hausdorff en la localización del núcleo de una huella dactilar el sistema desarrollado fue puesto a prueba mediante una base de datos formada por las huellas digitales de 51 individuos diferentes. Los individuos tienen diferentes tipos de huellas, tipo arco, tipo presilla interna y externa, tipo verticilo y algunas que no se pueden clasificar en ninguno de los 4 tipos anteriores. A cada individuo se le hicieron 8 tomas distintas, en diferente momento y en diferentes condiciones. En la figura 14 se mostró un ejemplo de 3 tomas distintas de un mismo individuo.

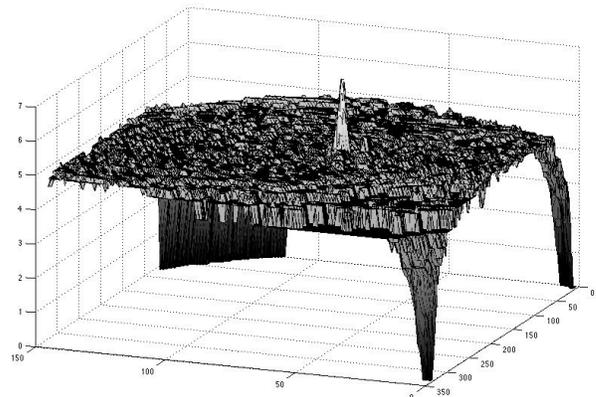


Figura 19. Valores de la distancia Hausdorff al recorrer el patrón de la figura 16a por toda la huella de la figura 14c.

En conclusión se cuenta con un total de $51 \times 8 = 408$ huellas digitales. En esta investigación se obtuvieron imágenes similares a las figuras 17,18 y 19 para el total de huellas digitales de la base de datos. Los resultados mostraron que en el 100% de los casos el núcleo podía ser encontrado.

Utilizando un algoritmo de fuerza bruta es decir buscando cuadro por cuadro el patrón y utilizando un computador con un procesador Intel doble núcleo a 2GHz cada uno y 1GB de memoria RAM se necesitaban de 4 minutos para obtener figuras como la 17 y así poder obtener las coordenadas deseadas del patrón buscado. Sin embargo, realizando algunas simplificaciones y consideraciones heurísticas este tiempo se logró reducir a 6 segundos en promedio.

Una vez que estas zonas nucleares eran encontradas en cada huella dactilar se podía realizar la alineación de las huellas dactilares y proceder a determinar la autenticidad de la huella dactilar.

Como se mencionó previamente en las Ec. (17), (18) y (19) es necesario asignarles un valor a la variable x que indica el porcentaje de píxeles utilizados para realizar la comparación entre el patrón y las huellas digitales. Mediante el análisis de la base de datos se encontró que usando entre el 75% al 90% de los píxeles del patrón de referencia se obtenían buenos resultados, es decir si se utilizaba un valor de x entre $[0.75 \ 0.9]$ se lograba siempre encontrar el patrón deseado.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo de investigación se realizó una descripción del cálculo de la distancia Hausdorff para señales de naturaleza unidimensional y bidimensional tales como las imágenes digitales. Se realizó una descripción de las ecuaciones que rigen el cálculo de esta medida y se realizaron diversos ejemplos prácticos donde se mostraban el uso de estas ecuaciones. Se mostraron las características de utilizar la distancia Hausdorff para comparar zonas de una huella dactilar y así determinar la zona nuclear de estas huellas. Se realizó una prueba de la metodología propuesta mediante una base de datos de 408 huellas digitales, dando como resultado un 100% de eficiencia en la localización de la zona deseada en las huellas dactilares. Se determinó que en promedio se alcanzaron tiempos de cálculo de alrededor de 6 segundos utilizando un computador con un procesador Intel doble núcleo de 2GHz cada uno y 1GB de memoria RAM. Además se determinó que el valor de la variable x mencionada en las Ec. (17), (18) y (19) para esta aplicación específica tenía un valor que podía estar en el intervalo $[0.75 \ 0.9]$.

8. TRABAJOS FUTUROS

En la actualidad este procedimiento para comparar huellas digitales usando la distancia Hausdorff hace parte de un sistema completo de reconocimiento de huellas digitales. En el futuro cercano se pretenden dar a conocer los resultados de todo el sistema de reconocimiento. Los esfuerzos están concentrados en disminuir los tiempos de cálculo y en obtener porcentajes de reconocimiento del orden del 100%.

9. REFERENCIAS

[1] E. Baudier, G. Millon, F. Nicolier Su Ruan, A fast binary-image comparison method with local-dissimilarity quantification, ICPR 2006, 18th International Conference on Pattern Recognition, 2006.
[2] Z. Zhijia, H. Shabai, S. Zelin, A Fast Strategy for Image Matching Using Hausdorff Distance, Proceedings of the 2003 IEEE, International Conference on Robotics, Intelligent Systems and Signal Processing, Changsha, China - October 2003.
[3] D.P. Huttenlocher, W.J. Rucklidge, A Multi-Resolution Technique for Comparing Images Using the Hausdorff Distance, IEEE 1993.

[4] E. Baudrier, G. Millon, F. Nicolier Su Ruan, A new similarity measure using hausdorff distance map, International Conference on Image Processing (ICIP), 2004.
[5] Y. Hu, Z. Wang, A Similarity Measure Based on Hausdorff Distance for Human Face Recognition, The 18th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'06), IEEE 2006.
[6] Y. Zhang, Q. Xiao, An Optimized Approach for fingerprint Binarization, IEEE 2006.
[7] D.P. Huttenlocher, G.A. Klanderman, W.J. Rucklidge Comparing Images Using the Hausdorff Distance, IEEE 1993.
[8] G. Charpiat, O. Faugeras, R. Keriven, P. Maurel, Distance-based shape statistics, IEEE 2006.
[9] Y. Gao, Efficiently comparing face images using a modified Hausdorff distance, IEEE 2003.
[10] R. e ail, A. Seif, M. Saeb, N. amdy, Fingerprint Recognition Based on Spectral Feature Extraction, IEEE 2004.
[11] K.J. Kirchberg, O. Jesorsky, and R.W. Frischholz, Genetic Model Optimization for Hausdorff Distance-Based Face Localization, In Proc. International ECCV 2002 Workshop on Biometric Authentication, Springer, Lecture Notes in Computer Science, Copenhagen, Denmark, June 2002.
[12] D. Maltoni, D. Maio, A.K. Jain, S. Prabhakar, Handbook of fingerprint recognition, Springer-Verlag, New York 2003.
[13] P. Gastaldo, R. Zunino, Hausdorff Distance for Target Detection, IEEE 2002.
[14] K. Lin, B. Guo, K. Lam, W. Si, Human face recognition using a spatially weighted modified Hausdorff distance, Proceedings of 2001 International Symposium on Intelligent Multimedia, Video and Speech Processing, Hong Kong, May 2-4 2001.
[15] P. F. Felzenszwalb, Learning Models for Object Recognition, IEEE 2001.
[16] W.J. Rucklidge, Locating Objects Using the Hausdorff Distance, Xerox Palo Alto Research Center, IEEE 1995.
[17] D. Sim, O. Kwon, R. Park. Object Matching Algorithms Using Robust Hausdorff Distance Measures, IEEE 1999.
[18] F. Li, M. K.H. Leung, X.Yu, Palmprint identification using Hausdorff Distance, International Workshop on Biomedical Circuits & Systems, IEEE 2004.
[19] D. Sim, R. Park, Two-Dimensional Object Alignment Based on the Robust Oriented Hausdorff Similarity Measure, IEEE 2001.